

Dynamiske forhold

i

hydrauliske systemer

Indhold	Side
1 Introduktion	1
1.1 Formeltegn og enheder	2
2 Stivhedsbetragtninger	4
2.1 Pumpe og motor i lukket kredsløb	7
2.2 Motor	8
2.3 Enkeltvirkende cylinder	9
2.4 Cylinder med gennemgående stempelstang	10
2.5 Cylinder med differensareal	11
3 Energibetragtninger	12
3.1 Lineære systemer	12
3.2 Roterende systemer	13
3.3 Rørsystemer	14
4 Aktuatorafbremsning	15
5 Matematisk fysisk modelopstilling	17
5.1 Modelopstilling for et volumen under kompression	17
5.2 Modelopstilling og analyse af et almindeligt forekommende hydraulisk system	21
6 Modeller og overføringsfunktioner for systemer med proportional eller servovalver	26
6.1 Lukket kredsløb - pumpe/motor transmission	27
6.2 Motor med inertibelastning	29
6.3 Cylinder med gennemgående stempelstang	31
6.4 Cylinder med differensareal	33
6.5 Linearisering	35
7 Dæpningsmetoder	38
7.1 Blændedæmpning	38
7.2 Blænde og volumen	39
8 Litteraturliste	40

Dynamiske forhold i hydrauliske systemer

1 Introduktion

Hydrauliske systemer udmærker sig ved at have en meget høj energitæthed.(kW/kg)
Netop denne faktor er ofte afgørende for valget af hydraulik som styringsform.

Men denne høje energitæthed gør også de hydrauliske systemer meget stive, hvorfor der i systemerne ofte opstår f.eks. ganske store tryksvingninger som følge af start og stop af aktuatorer ved åbning og lukning af ventiler.

I dette afsnit redegøres for forskellige metoder til analyse af de dynamiske forhold, og der vises konkrete eksempler.

Metoderne er henholdsvis :

- *Stivhedsbetragtninger
- *Energibetragtninger
- *Matematisk fysisk modelopstilling
- *Lineariserede overføringsfunktioner

I hele afsnittet gives der praktiske anvisninger på hvorledes forskellige koefficienter beregnes. Imidlertid er det uoverskueligt at angive formeltegnet og enheder ved hver eneste formel. Derfor er i det følgende en komplet liste over de anvendte formeltegn og de enheder, der skal anvendes for opnåelse af korrekte regneresultater.

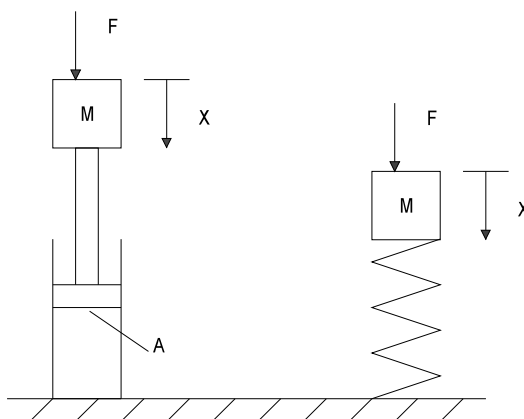
1.1 Formeltegn og enheder

A	= areal	$[m^2]$
B	= summen af lineær hastighedsafhængig friktion	$\left[\frac{N}{m/sec} \right]$
c	= lydens hastighed	$[m/sec]$
C	= stivhed	$[N/m]$ el. $[Nm/rad]$
C_d	= kontraktionskoefficient	--
C_p	= lækagekoefficient	$\left[\frac{m^3/sec}{N/m^2} \right]$
E	= oliens kompressionsmodul (Bulk Modulus)	$[N/m^2]$
F	= kraft	$[N]$
g	= tyngdeaccelerationen	$[m/sec^2]$
I	= masseinertimoment	$[kgm^2]$
K	= forstærkningsfaktor	[forskelligt]
K_q	= mængdeforstærkning	$\left[\frac{m^3/sec}{Volt} \right]$
K_{qp}	= mængde-trykforstærkning	$\left[\frac{m^3/s}{N/m^2} \right]$
m	= masse	$[kg]$
N	= motorens omdrejningstal	$[rad/sec]$
$\dot{p}$	= trykkets første afledte (dp/dt)	$\left[\frac{N/m^2}{sec} \right]$
p	= trykket	$[N/m^2]$
Δp	= trykdifference	$[N/m^2]$
q	= volumenstrøm	$[m^3/sec]$

s	= Laplaceoperatoren	--
V	= volumen	[m ³]
ΔV	= volumendifference	[m ³]
D	= pumpe eller motorfortrængning	[m ³ /rad]
$\ddot{x}$	= accelleration	[m/sec ²]
$\dot{x}$	= hastighed	[m/sec]
x	= position	[m]
$\ddot{\varphi}$	= vinkelacceleration	[rad/sec ²]
$\dot{\varphi}$	= vinkelhastighed	[rad/sec]
φ	= vinkel	[rad]
μ	= friktionskoefficient	--
ω_0	= udæmpet egenfrekvens	[rad/sec]
ζ	= dæmpningsforhold	--
ρ	= massefylde	[kg/m ³]
τ	= tidskonstant	[sec]
α	= arealforhold $\frac{A_b}{A_a}$	--

2 Stivhedsbetragtninger

Ved en stivhedsbetragtning forstås, at oliesøjlen under kompression i et rør, en cylinder eller i en motor betragtes som en fjeder, der inden for et givet område kan sammenlignes med f.eks en skruefjeder.



Figur 1 Enkeltvirkende hydraulisk cylinder, og et ækvivalent fjeder-masse system.

På fig. 1 er vist en enkeltvirkende cylinder, som er lukket helt af, og hvor der ingen friktion er mellem stempelstang og pakdåse. For et sådant system gælder relationen :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{E} \quad (1)$$

Trykstigningen er

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V} E \quad [\text{N/m}^2] \quad (2)$$

eller

$$\frac{dp}{dt} = \frac{E}{V} \Sigma Q$$

og ved substitution i 1 findes kraften

$$\Delta F = \frac{A^2 E}{V} \Delta X \quad [\text{N}] \quad (3)$$

Det kan således konstateres, at der er ligefrem proportionalitet mellem forskydningen Δx af cylinderen, og kraften ΔF .

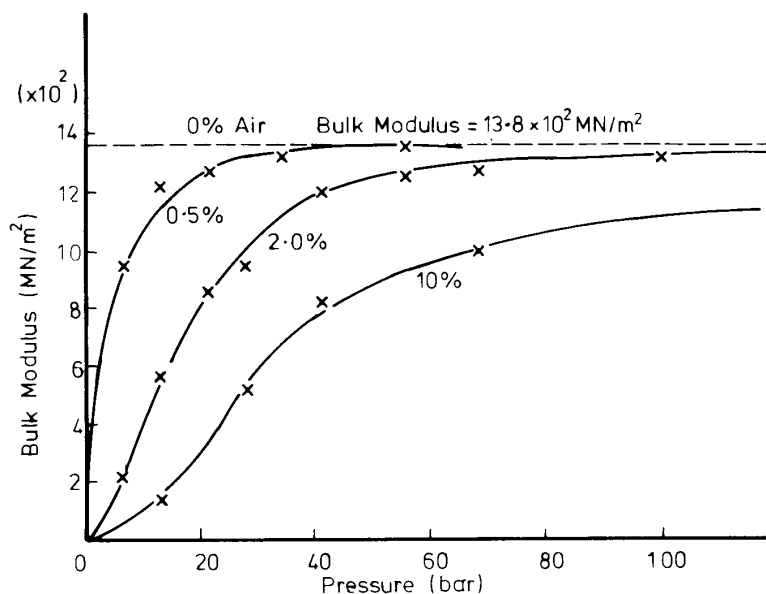
Denne proportionalitet modsvarer helt det ækvivalente fjeder-massesystem.

og udtrykket $\frac{A^2 E}{V}$ [N/m] kaldes da også for cylinderens stivhed, eller C.

Den udæmpede egenfrekvens for systemet i fig. 1 kan beregnes som

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} = \sqrt{\frac{A^2 E}{V m}} \quad [\text{rad/s}] \quad (4)$$

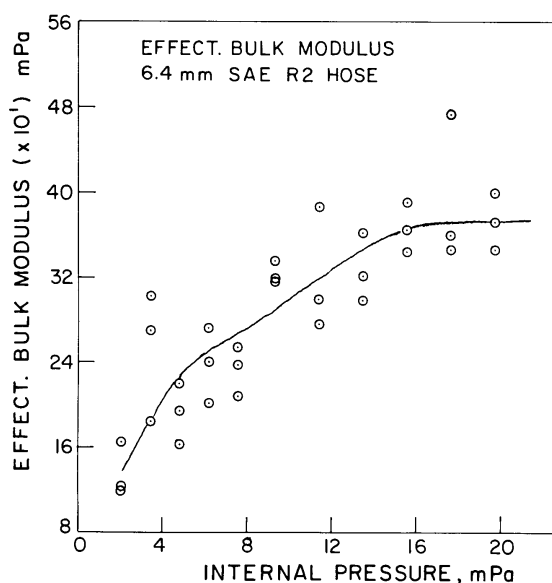
Heraf ses, hvorledes Bulk modulus indgår i det hydrauliske systems dynamiske egenskaber.



Figur 2 Bulk Modulus som funktion af arbejdstrykket.

Af fig. 2 ses, hvorledes E for en mineralolie varierer med henholdsvis arbejdstryk og opløst luftmængde. Disse værdier er gældende for den del af olien som befinder sig i ventiler, rør og aktuatorer, hvor den trykafhængige materialeudvidelse er minimal. For figur 2's gyldighed gælder desuden, at betydeligt lavere værdier kan forekomme, hvis systemet ikke er konstrueret således, at en optagen luftmængde ikke kan frigøres fra olien, når den passerer gennem tanken. Til dette formål kan der i tanken placeres et luftudskillelsesfilter.

Slanger anvendes ofte i hydrauliske systemer som en nem og sikker måde til optagelse af bevægelser, støj og vibrationer. Imidlertid påvirker disse slanger stivheden af den olie der befinder sig i slangerne.

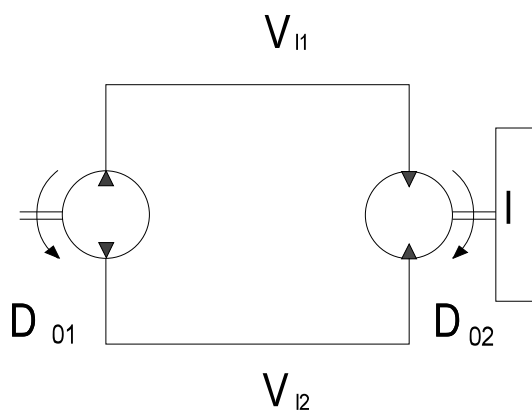


Figur 3 Bulk Modulus som funktion af arbejdstrykket for en slange med 2 stålindlæg.

I fig. 3 er resultatet af et praktisk forsøg med en SAE R2 slange vist, og her ses en klar afhængighed af trykket. Praktiske værdier for en konkret slange gives normalt ikke af leverandøren, men kan beregnes ud fra oplysninger om slangens volumetriske udvidelse.

For en række almindeligt forekommende hydrauliske systemer kan beregning af stivhed og egenfrekvens foretages som anvist i det følgende.

2.1 Pumpe og motor i lukket kredsløb



Figur 4 Hydraulisk transmission med pumpe og motor.

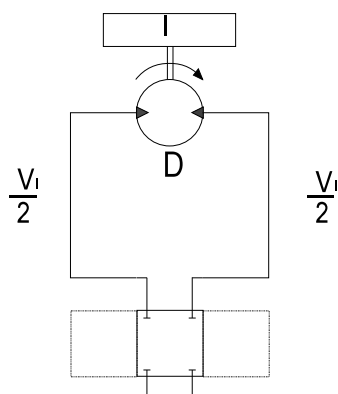
Stivheden kan i en vilkårlig vinkel findes som

$$C_0 = \frac{4 D_{02}^2 E}{2 \pi (D_{01} + D_{02}) + V_{l1} + V_{l2}} \left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right] \quad (5)$$

Den udæmpede egenfrekvens er

$$\omega = \sqrt{\frac{C_0}{I}} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (6)$$

2.2 Motor



Figur 5 Motor med spærrede tilgange.

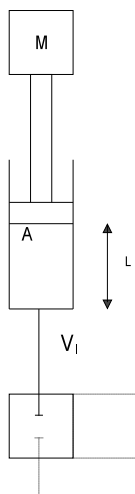
Stivheden kan i en vilkårlig vinkel findes som

$$C_0 = \frac{4 D^2 E}{2 \pi D + V_1} \left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right] \quad (7)$$

Den udæmpede egenfrekvens er

$$\omega = \sqrt{\frac{C_0}{I}} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (8)$$

2.3 Enkeltvirkende cylinder



Figur 6 Enkeltvirkende cylinder med spærret port.

Stivheden kan i en vilkårlig position findes som

$$C = \frac{A^2 E}{A L + V_1} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (9)$$

Den laveste stivhed findes i positionen

$$L = L_{\max} \quad [\text{m}] \quad (10)$$

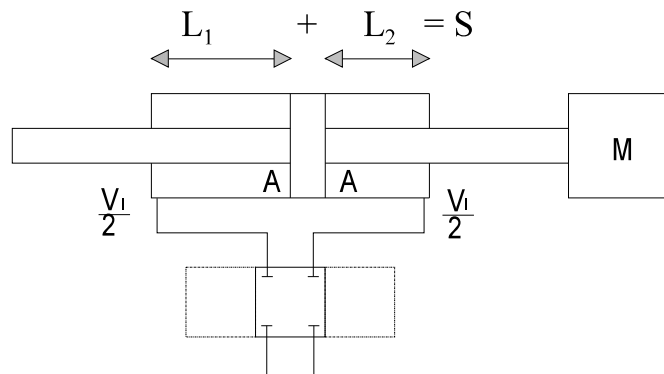
Den laveste stivhed er

$$C_0 = \frac{A^2 E}{A L_{\max} + V_1} \quad [\text{N/m}] \quad (11)$$

Den udæmpede egenfrekvens er

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (12)$$

2.4 Cylinder med gennemgående stempelstang



Figur 7 Cylinder med gennemgående stempelstang og spærrede porte.

Stivheden kan i en vilkårlig position findes som

$$C = \frac{A^2 E}{A L_1 + \frac{V_1}{2}} + \frac{A^2 E}{A L_2 + \frac{V_1}{2}} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (13)$$

Den laveste stivhed findes i den position hvor

$$A L_1 + \frac{V_1}{2} = A L_2 + \frac{V_1}{2} \quad [\text{m}] \quad (14)$$

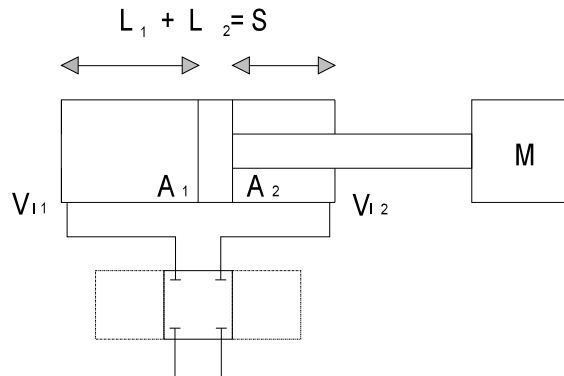
Den laveste stivhed er, når tilledningsvolumnerne er lige store

$$C_0 = \frac{4 A^2 E}{A L_{\max} + V_1} \quad [\text{N/m}] \quad (15)$$

Den udæmpede egenfrekvens er

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (16)$$

2.5 Cylinder med differensareal



Figur 8 Cylinder med differensareal og spærrede porte.

Stivheden kan i en vilkårlig position findes som

$$C = \frac{A_1^2 E}{A_1 L_1 + V_{11}} + \frac{A_2^2 E}{A_2 L_2 + V_{12}} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (17)$$

Den laveste stivhed findes i positionen

$$x = \frac{\sqrt{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3 (A_2 x_{\max} + V_{12}) - V_{11}}}{\sqrt{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3 A_2 + A_1}} \quad [\text{m}] \quad (18)$$

Den laveste stivhed er

$$C_0 = \frac{E (\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2})^2}{L_1 + L_2 + \frac{V_{11}}{A_1} + \frac{V_{12}}{A_2}} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (19)$$

Den udæmpede egenfrekvens er

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (20)$$

3 Energibetragtninger

Såfremt det forudsættes at virkningsgraden for et bevægeligt fysisk system er 100%, må det forholde sig således, at den energi der er til rådighed er konstant, og blot transformeres fra den ene form til en anden. I hydraulisk-mekaniske systemer overføres energien fra det hydrauliske til det mekaniske system under acceleration, og vice versa under deceleration. Da det er relativt nemt at kontrollere størrelsen af den energi som tilføres et fysisk system fra et hydraulisk (f.eks. indstillingen af en trykbegrænsningsventil), skal vi her koncentrere os om deceleration af aktuatorer.

Der anføres en metode til beregning af trykstigninger ved pludselig lukning af ordinære magnetventiler (lukketider mindre end 5 ms). Udtrykkene har således ingen gyldighed i forbindelse med skiftetidsdæmpede ventiler eller proportionalventiler.

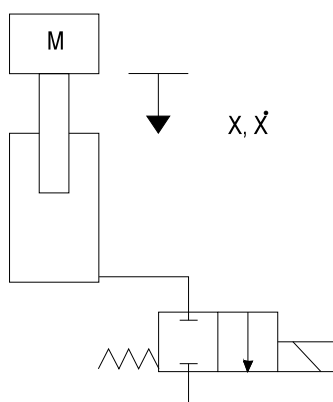
3.1 Liniære systemer

Et legeme i liniær bevægelse besidder energiindholdet

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad [\text{J}] \quad (21)$$

Denne energimængde afsættes under afbremsning af cylinderen i fig. 9 i form af en trykstigning i cylinderen. Idet det for en oliesøjle gælder at

$$E = \frac{1}{2} C x^2 \quad [\text{J}] \quad (22)$$



Figur 9 Enkeltvirkende cylinder med magnetventil.

Ved at kombinere (21),(22) og (1), fås et udtryk for tilvæksten i tryk ved en pludselig lukning af ventilen.

$$\Delta p = \sqrt{\frac{m \dot{x}^2 E}{V_{\text{tot}}}} \quad [\text{N/m}^2] \quad (23)$$

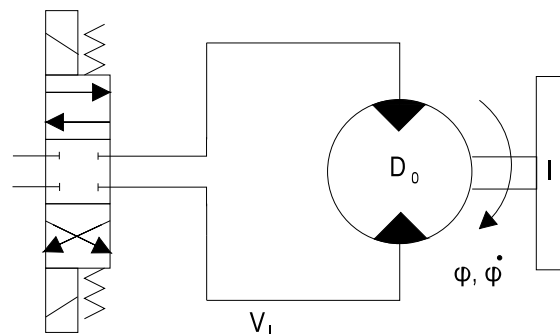
Dette udtryk giver regneresultater der erfaringsmæssigt er i overensstemmelse med virkeligheden, såfremt friktionskræfterne mellem cylinder og system er moderate. Er dette ikke tilfældet vil udtrykket give for høje værdier, idet en del af energien omsættes til friktionsvarme.

3.2 Roterende systemer

En roterende masse besidder energiindholdet

$$E = \frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 \quad [\text{J}] \quad (24)$$

Når magnetventilen i fig. 10 pludselig lukkes, resulterer det i en trykstigning mellem motor og magnetventil.



Figur 10 Motor med svinghjul og magnetventil.

Denne trykstigning kan, idet der gælder følgende for oliesøjlen mellem motor og ventil

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} C_0 \phi^2 \quad [\text{J}] \quad (25)$$

findes som

$$\Delta p = \sqrt{\frac{I \dot{\phi}^2 E}{\frac{D_0}{2} + V_1}} \quad [\text{N/m}^2] \quad (26)$$

Nævneren i (26) repræsenterer det volumen der er under kompression, og der gøres her, som i alle andre motoreksempler, ud fra at halvdelen af motorens kamre er forbundet til hver port. Dette er en tilnærmelse, som normalt kan aksepteres, men en korrekt beregning kræver naturligvis indsættelse af det korrekte volumen.

Det må påregnes at den beregnede trykstigning bliver noget større end den virkelige forekommende, idet en del af energien afsættes i trykafhængig lækage i motoren. Motorer med en dårlig volumetrisk virkningsgrad vil således forårsage mindre trykspidser end motorer med gode.

For drejeaktuatorer gælder det, at bremsetrykket beregnes ved brug af ligning (23) eller (26), alt efter aktuatorens konstruktion. Såfremt der i systemet indgår såvel roterende som lineært bevægede masser, findes den ækvivalente masse eller inertimoment ved at sætte (21)=(24).

3.3 Rørsystemer

Dynamiske ændringer i trykket finder også sted i rørledninger som følge af pludselige ventillukninger. Trykstødet affødes af oliesøjlen's inertie og forplanter sig i oliesøjlen med lydens hastighed. Størrelsen af trykstødet findes ved brug af formel 23, men da

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\text{Kg/m}^3] \quad (27)$$

reduceres udtrykket til

$$\Delta p = \dot{x} \sqrt{\rho E} \quad [\text{N/m}^2] \quad (28)$$

Imidlertid reduceres trykstødets størrelse, såfremt ventilens lukketid t_{luk} er længere end den tid t_{krit} som går fra trykbølgen startes, og til den returnerer. Denne beregnes for en given rørlængde l som

$$t_{\text{krit}} = \frac{2l}{c} \quad [\text{sec}] \quad (29)$$

Reduktionen i trykstødets størrelse svarer til forholdstallet

$$\beta = \frac{t_{\text{krit}}}{t_{\text{luk}}} \quad (30)$$

4 Aktuatorafbremssning

Såfremt en cylinder eller drejeaktuator har en indbygget bremseanordning som giver en tilnærmelsesvis konstant bremsekraft, kan den maksimalt tilladelige masse forbundet til aktuatoren i fig.11 beregnes som

$$M = \frac{2 X \Delta p A}{\dot{x}^2} \quad [\text{kg}] \quad (31)$$

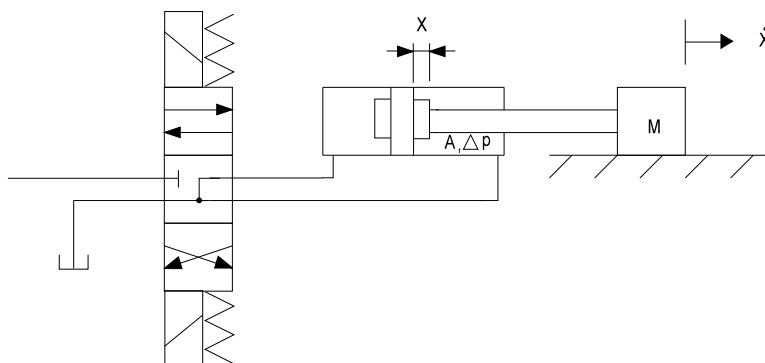
idet

Δp er den tilladelige tilvækst i tryk

x er bremselængden

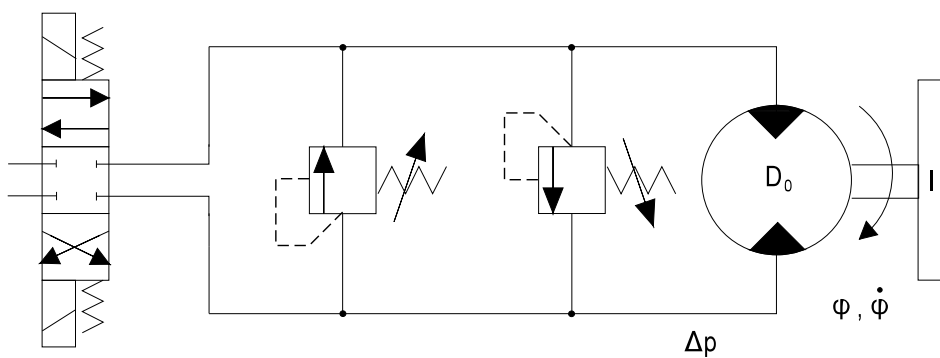
A er bremsearealet

$\dot{x}$ er cylinderens hastighed når den kører ind i bremsen



Figur 11 Cylinder med bremse.

På tilsvarende måde kan afbremsningen af det roterende system i fig.12 bestemmes, når bremsemomentet er tilnærmelsesvis konstant.



Figur 12 Motor under afbremsning.

Her gælder det at bremsevinkelen for et givet inertimoment kan bestemmes som

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2 I}{2 D_0 \Delta p} \quad [\text{rad}] \quad (32)$$

idet

$\dot{\varphi}$ er motorens vinkelhastighed, når afbremsningen påbegyndes.

I er det til motoren koblede inertimoment.

V_0 er motorens fortrængning.

Δp er den maksimalt tilladelige tilvækst i tryk i motoren under afbremsning.

Beregninger i henhold til (31) og (32) giver sikkerhed for at visse maksimaltryk ikke overskrides. Hvorvidt det under afbremsningen kommer til u hensigtsmæssige oversving i hastighed eller andre tilstande, giver den anvendte metode ingen oplysninger om.

For at skaffe total klarhed over dette, er det nødvendigt med en dynamisk analyse.

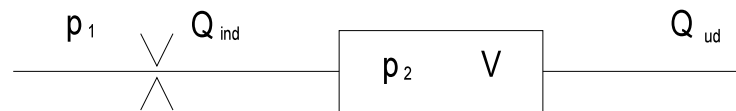
5 Matematisk fysisk modelopstilling

Et hydraulisk system er en sammensætning af et stift mekanisk bevægelsessystem, en eller flere oliesøjler, samt forskellige styreventiler. Hver især har disse tre komponenter deres eget bidrag til dynamikken i systemet. Der gives ingen standardformler som giver mulighed for en eksakt beregning af alle typer af komponentkombinationer, men det er muligt at beskrive en metode, ved hjælp af hvilken et givet system kan analyseres.

I det følgende gennemgås to forskellige og hyppigt forekommende systemer. I det første system er der ingen masser involveret udover oliens, som der i øvrigt ses bort fra, og i det andet er der tale om en komplet beskrivelse af et system.

5.1 Modelopstilling for et volumen under kompression

Systemet i fig.13 er en væskefyldt beholder, forbundet via en skarpkantet blænde til et konstanttrykssystem. Et sådant system optræder f.eks. i pilotledningen til en bremseventil, eller i en cylinder med lille masselast forbundet med en servoventil.



figur 13 Volumen og blænde forbundet til et konstanttrykssystem.

For at undersøge den tidsafhængige ændring i p_2 ved et spring i p_1 , søges overføringsfunktionen

$$F(s) = \frac{p_2}{p_1} \quad (33)$$

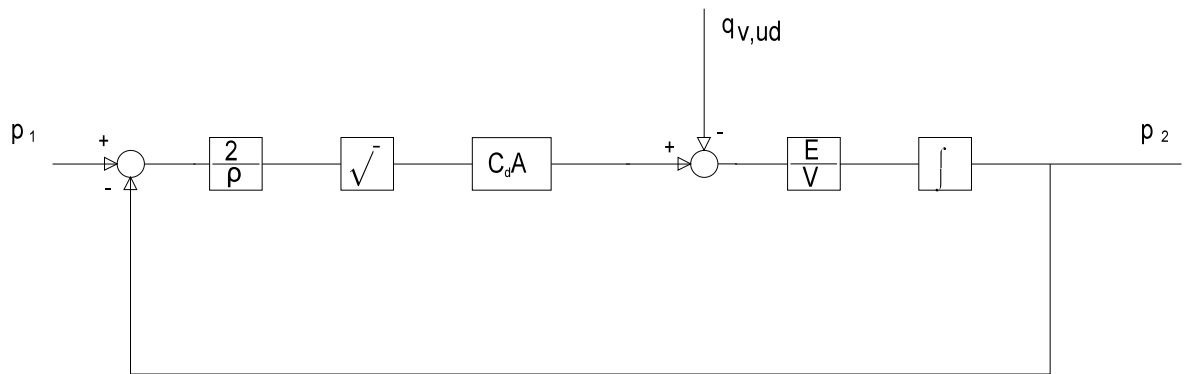
Først beskrives volumenstrømmen over blænden efter Bernoulli som

$$q_v = C_d A \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2)} \quad (34)$$

Da ventilens åbningsareal A er konstant, vil volumenstrømmen variere som funktion af trykfaldet. Trykopbygningen i systemet bestemmes efter ligning 2 som

$$\dot{p}_2 = \frac{E}{V} (q_{v,ind} - q_{v,ud}) \quad (35)$$

Denne 1. ordens differentialligning Laplace transformeres, idet begyndelsesbetingelserne sættes lig nul. Det giver



Figur 14 Blokdiagram der beskriver det ulineære system.

$$p_2 = \frac{E}{V} (q_{v,ind} - q_{v,ud}) \frac{1}{s} \quad (36)$$

For det uliniære system kan nu tegnes blokdiagrammet i fig.14.

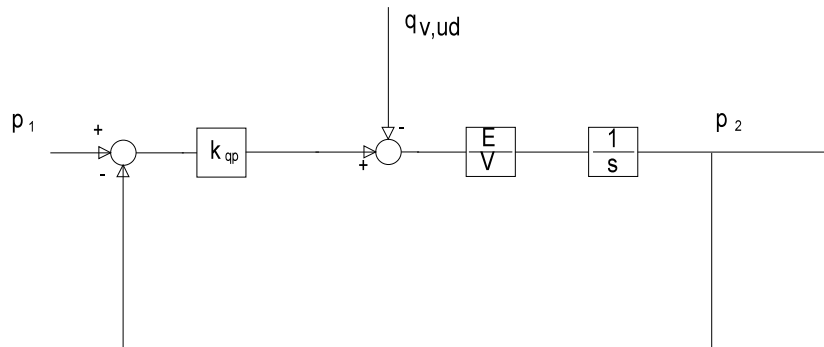
Denne beskrivelse er imidlertid ikke egnet for videre behandling idet det ulineære forhold mellem trykfald og gennestrømning ikke kan Laplacetransformeres. Udtrykket må derfor lineariseres (se 6.5). Dette gøres ved differentiation af (34), hvorved der fremkommer et udtryk for hældningskoefficienten til ligningen i det aktuelle driftspunkt.

$$K_{qp} = \frac{C_d A \sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2 \sqrt{p_1 - p_2}} \quad \left[\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{N/m}^2} \right] \quad (37)$$

Herefter kan volumenstrømmen findes i driftspunktet som

$$q_v = k_{qp}(p_1 - p_2) \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (38)$$

Det betyder, at blokdiagrammet reduceres som vist i fig.15.



Figur 15 Lineariseret blokdiagram.

Idet $q_{v,ud}$ sættes lig nul, og ligninger (36) & (38) kombineres, fås

$$p_2 = \frac{E K_{qp}}{V} (p_1 - p_2) \frac{1}{s} \quad (39)$$

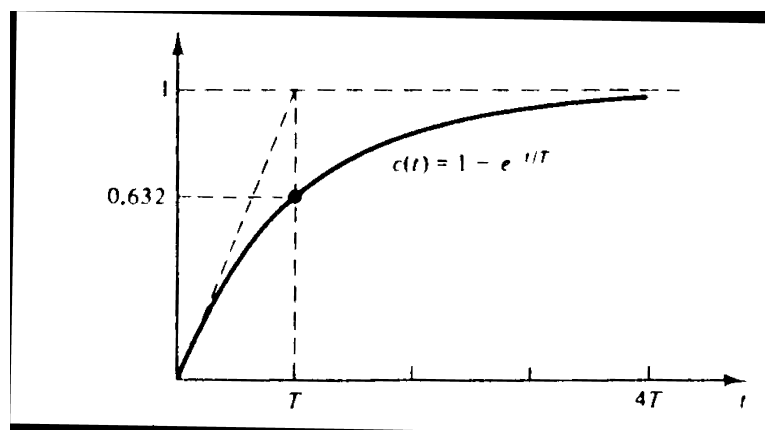
Koefficienten $\frac{E K_{qp}}{V}$ i (39) erstattes med $\frac{1}{\tau}$, hvorefter (39) omskrives til

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (40)$$

Hvilket er en 1. ordens overføringsfunktion med tidskonstanten

$$\tau = \frac{V}{E K_{qp}} \quad [\text{sec}] \quad (41)$$

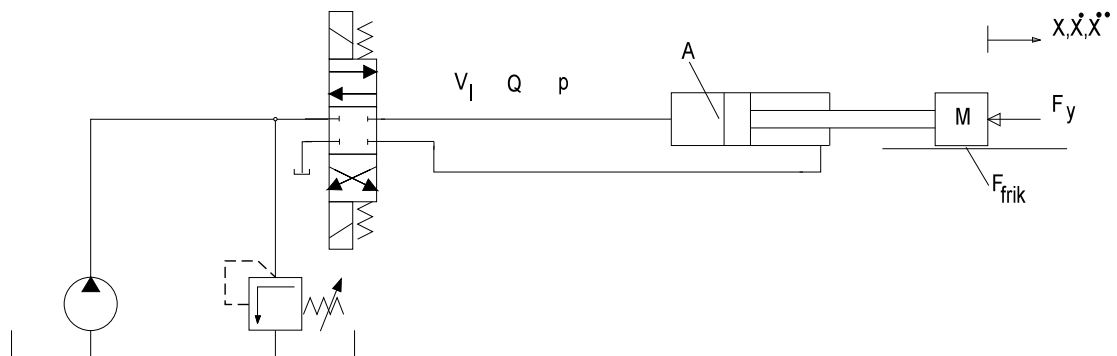
Det normerede springresponse for et sådant system fremgår af fig. 16.



Figur 16 Springresponse for et 1. ordens system.

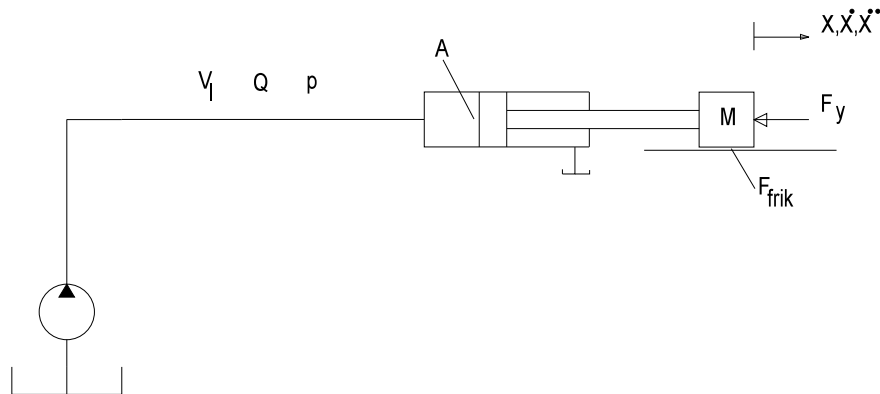
5.2 Modelopstilling og analyse af et almindeligt forekommende hydraulisk system

I fig. 17 er vist et diagram for et almindeligt forekommende hydraulisk system.



Figur 17 Komplet system.

For at analysere dette systems dynamiske egenskaber kan man med fordel ændre systemet som vist i fig. 18. Herved reduceres antallet af volumener, der skal beskrives. Fejlen, dette



Figur 18 Simplificeret system beregnet for lineariseret analyse.

afstedkommer, er til at overse, idet kraftbidraget fra den frit strømmende returolie er minimal og blot kan henføres under systemets samlede viscose friktion. Ligeledes er magnet-ventilen fjernet. Derfor kan et spring i volumenstrøm beregnes som et spring i pumpens vinkelhastighed.

Idet der søges overføringsfunktionen mellem pumpens omdrejningstal, og cylinderens position,

$$F_{(s)} = \frac{x}{n} \quad (42)$$

kan der med udgangspunkt i det reducerede system opskrives følgende fysiske relationer :

Volumenstrøm

Pumpen afgiver den effektive volumenstrøm

$$q_v = D_o \cdot n - p \cdot C_p \quad (43)$$

Tryk

I cylinderen opbygges trykket

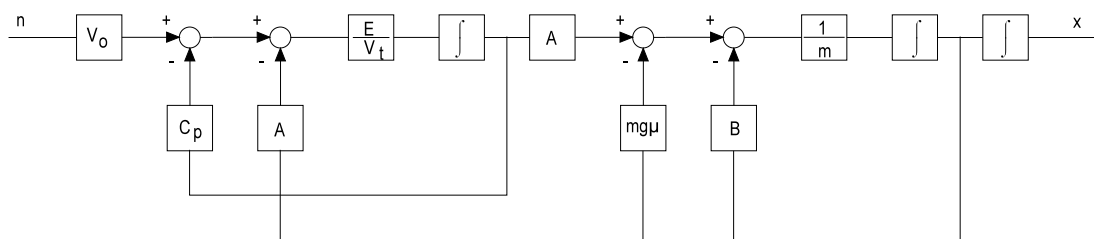
$$\dot{p} = \frac{E}{(V_1 + A \cdot x)} (q_v - \dot{x} \cdot A) \quad (44)$$

Kraft

Newton's 2. lov anvendt på cylinderen giver

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (p \cdot A - m \cdot g - \mu \cdot \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} - B \cdot \dot{x}) \quad (45)$$

På basis heraf kan blokdiagrammet i fig.19 tegnes.



Figur 19 Blokdiagram der beskriver det ulineære system.

Af de naturlige tilbagekoblinger fremgår det, at dæmpningen i systemet er en funktion af:

- cylinderens areal
- pumpens lækagekoefficient
- den viscose friktion
- friktionen mellem last og underlag

Dette sæt af differentialligninger kan løses på flere forskellige måder. De mest anvendelige er :

1. Anvendelse af et computerbaseret program, der indeholder rutiner til såkaldt numerisk integration, eller
2. Liniarisering af ligningsudtrykkene, Laplacetransformation og efterfølgende frekvensanalyse.

Den komplette numeriske analyse giver naturligvis de bedste resultater, men lineariseringen giver som oftest et mere operativt overblik, når det skal afgøres hvilke parametre der skal forsøges optimeret.

Her vil vi koncentrere os om pkt. 2.

Både (44) & (45) kræver linearisering. For det første må voluminet under kompression regnes som en konstant V , og dernæst må udtrykket

$$m g \mu \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$$

som er en diskontinuert funktion lineariseres til en ydre kraft, med konstant og negativt fortegn : F_μ .

Herefter kan (44) og (45) Laplacetransformeres til :

$$p = \frac{E}{V s} (q_v - A x s) \quad (46)$$

$$x = \frac{1}{m s^2} (p A - F_\mu - B x s) \quad (47)$$

For at komme frem til den ønskede overføringsfunktion sættes ligning (43) ind i ligning (46), og p isoleres. Herefter indsættes i (47) og der fremkommer :

$$x = \frac{n \frac{D_o}{A} - \frac{F_\mu (V s + C_p E)}{E A^2}}{s \left(\frac{V m}{A^2 E} s^2 + \frac{m C_p E + V B}{A^2 E} s + \frac{A^2 E + C_p E * B}{A^2 E} \right)} \quad (48)$$

Da systemet kun ønskes undersøgt for en variation i n , sættes F_μ til nul, og der divideres igennem med konstantledet i nævnerpolynomiet. Det giver

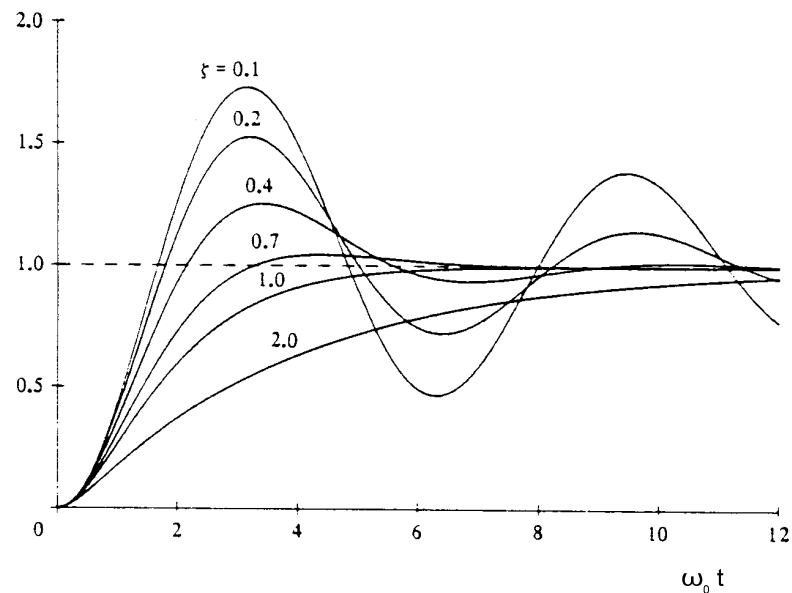
$$\frac{\dot{x}}{n} = \frac{\frac{D_o}{A}}{s \left(\frac{V m}{E (A^2 + C_p B)} s^2 + \frac{m C_p E + V B}{E (A^2 + C_p B)} s + 1 \right)} \quad (49)$$

Som det fremgår, er der tale om et andenordens system i serie med en integration. Anden ordens systemet beskriver relationen mellem omdrejningstallet n og hastigheden $\dot{x}$. Integrationen relationen mellem hastighed og position.

Andenordens polynomiet i nævneren har den principielle form

$$\frac{1}{\omega^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega} s + 1 \quad (50)$$

Systemer der kan beskrives i henhold til dette polynomium, har et normeret springresponse som det fremgår af fig. 20.



Figur 20 Normeret springresponse for et 2. ordens system.

De karakteristiske størrelser i polynomiet (50), er egenfrekvensen ω og dæmpningen ζ .

I det aktuelle eksempel kan de to størrelser beregnes som

$$\omega_o = \sqrt{\frac{E (A^2 + C_p B)}{V m}} \quad [s^{-1}] \quad (51)$$

$$\zeta = \omega_o \left(\frac{m C_p E + V B}{2 E (A^2 + C_p B)} \right) \quad (52)$$

Da lækagekoefficienten C_p kun giver et ringe bidrag, kan udtrykkene reduceres til

$$\omega_o = \sqrt{\frac{E A^2}{V m}} \quad [s^{-1}] \quad (53)$$

$$\zeta = \frac{B}{2 A} \sqrt{\frac{V}{E m}} \quad (54)$$

Anvendelse af disse to udtryk kræver omtanke, idet lineariseringen fjernede alle stick-slip effekter. Det betyder, at ligningerne (53) & (54) fortæller noget om, hvorledes en hastighedsindsvingning vil arte sig, men ikke 100% hvorledes en afbremsning vil foregå, idet F_μ skifter fortegn ved et evt. hastighedsoversving. Er der derfor tale om et system med ringe viscos friktion, vil det ulineære dæmningsbidrag fra Coulomb kraften være dominerende, men ikke medtaget i beregningen!

Af de anvendte konstanter er kun den viscose friktion B vanskelig at finde frem til, og man er oftest henvist til at foretage et skøn over dens størrelse.

6 Modeller og overføringsfunktioner for systemer med proportional eller servoventiler

På samme måde som den dynamiske model, der blev opstillet og gennemregnet tidligere (5.2), er der her summarisk opstillet modeller for fire af de hyppigst forekommende kombinationer af aktuatorer og proportional- eller servoventiler.

I tilslutning til hver model er opstillet en lineariseret overføringsfunktion idet der er lineariseret efter metoderne anført i 6.5. Alle overføringsfunktioner er opstillet som relationen mellem en ventiludstyring, og en position, eller vinkel. Såfremt disse ønskes ændret til en relation mellem ventiludstyring og hastighed eller omdrejningstal, skal det frie s i hvert polynomium fjernes.

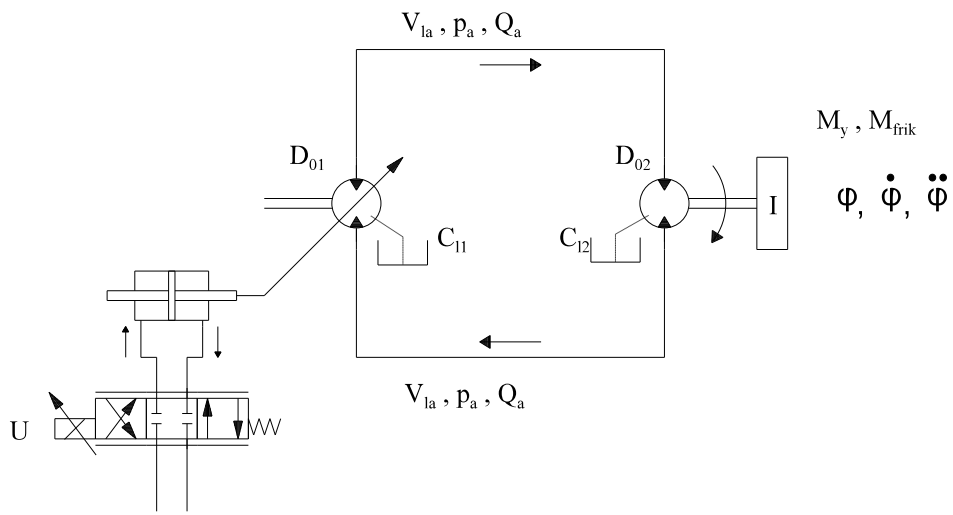
Hvad angår modellernes gyldighed, er det naturligvis nødvendigt at gøre nogle forudsætninger. Disse er i hovedtrækkene:

- Ventil eller pumpedynamik er ikke medtaget.
- Aktuatoren er stift fastgjort.
- Der er ingen fjedring mellem aktuator og last.
- Koblingen til omgivelserne anses for stiv, og uden indflydelse.

Modellerne er primært egnede for løsning ved anvendelse af softwarepakker, der direkte kan løse differentiaalligninger.

Om modellen for det lukkede kredsløb skal endvidere anføres, at der ikke er taget hensyn til efterfyldepumpen og skylleventilens indflydelse, men at modellen dog alligevel giver et anvendeligt resultat.

Endelig skal det nævnes, at der er anvendt en simplificeret friktionsmodel, idet det antages at friktionen er en funktion sammensat af to faktorer. For det første en ren hastighedsafhængig kraft/moment og for det andet en konstant kraft der altid er modsat rettet bevægelsesretningen (Coulumb). Dette er naturligvis en tilnærmelse i forhold til de virkeligt forekommende friktionsforhold. Alternativet vil være at generere et højere ordens polynomium, der præcis følger den faktiske friktions forløb, men da denne kun sjældent er kendt, og er en funktion af flere variable, er det ikke en realistisk farbar vej, medmindre man har opmålt friktionen på et kørende system.



27

Figur 21 Pumpe/motor transmission med inertilast og ydre moment.

6.1 Lukket kredsløb - pumpe/motor transmission

Volumenstrøm

$$q_a = U V_{01} n \quad (55)$$

Tryk

$$\dot{p}_a = \frac{E}{\frac{D_{01}}{2} + \frac{D_{02}}{2} + V_{la}} (q_a - D_{02} \dot{\phi} - p_a (C_{11} + C_{12})) \quad (56)$$

$$\dot{p}_b = \frac{E}{\frac{D_{01}}{2} + \frac{D_{02}}{2} + V_{lb}} (D_{02} \dot{\phi} - p_b (C_{11} + C_{12}) - q_a) \quad (57)$$

Moment

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I} (D_{02} (p_a - p_b) - B \dot{\phi} - M_y - M_{frik} \frac{\dot{\phi}}{|\dot{\phi}|}) \quad (58)$$

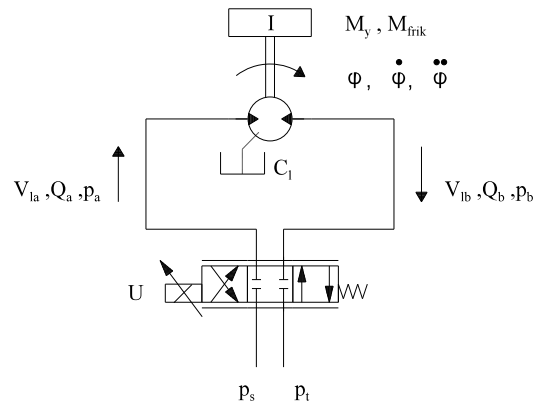
Den lineariserede overføringsfunktion er

$$F(s) = \frac{\varphi}{U} = \frac{\frac{D_{01} n}{D_{02}}}{s \left[\frac{1}{\omega^2} s^2 + \frac{2 \zeta}{\omega} s + 1 \right]} \quad (59)$$

ω findes af ligning (5) og (6), mens dæmpningen findes som

$$\zeta = \frac{B}{4 D_{02}} \sqrt{\frac{V_{\text{tot}}}{E I}} + \frac{C_{11} + C_{12}}{2 D_{02}} + \sqrt{\frac{I E}{V_{\text{tot}}}} \quad (60)$$

6.2 Motor med inertibelastning



Figur 22 Motor med inertilast og ydre moment.

Volumenstrøm

$$q_a = U K \sqrt{p_s - p_a} \quad (61)$$

$$q_b = U K \sqrt{p_b - p_t} \quad (62)$$

hvor

$$K = \frac{Q_{\text{nominel}}}{U_{\text{max}} \sqrt{\Delta p_{\text{nominel}}}}$$

Tryk

$$\dot{p}_a = \frac{E}{V_{la} + \frac{D}{2}} (q_a - D \dot{\phi} - p_a C_l) \quad (63)$$

$$\dot{p}_b = \frac{E}{V_{lb} + \frac{D}{2}} (\dot{\phi} - q_b - p_b C_l) \quad (64)$$

Moment

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{I} (D (p_a - p_b) - M_y - B \dot{\varphi} - M_{\text{frik}} \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|}) \quad (65)$$

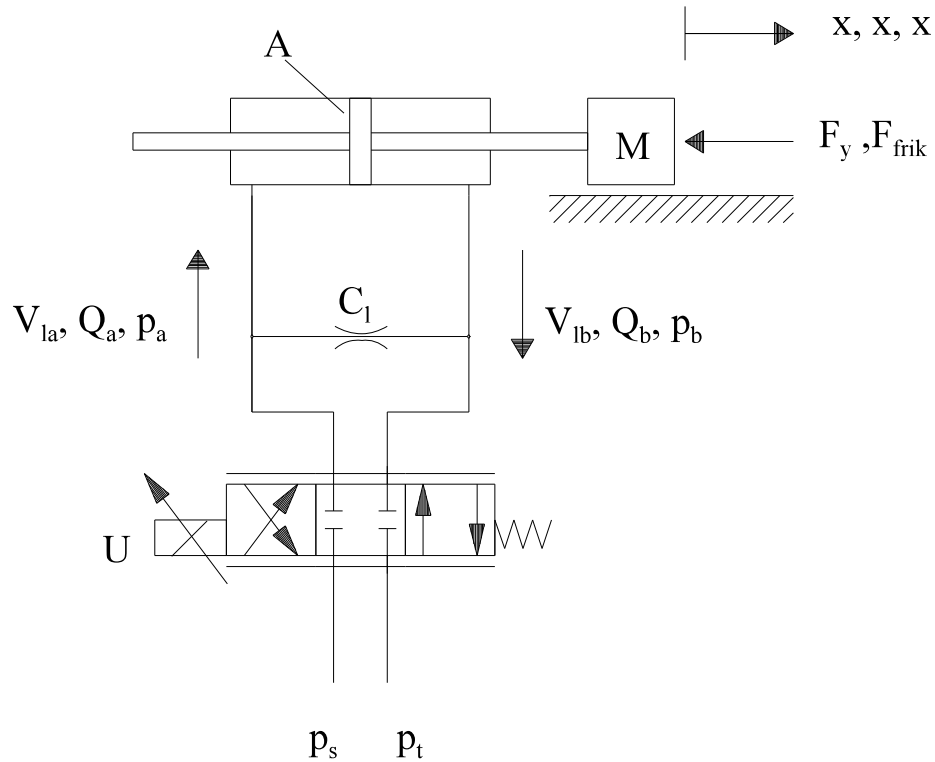
Den lineariserede overføringsfunktion er

$$F(s) = \frac{\varphi}{U} = \frac{\frac{K}{D}}{s \left[\frac{1}{\omega^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega} s + 1 \right]} \quad (66)$$

ω findes af ligning (7) og (8), mens dæmpningen findes som

$$\zeta = \frac{B}{4D} \sqrt{\frac{V_{\text{tot}}}{EI}} + \frac{C_1 + K_{\text{qp}}}{D} \sqrt{\frac{IE}{V_{\text{tot}}}} \quad (67)$$

6.3 Cylinder med gennemgående stempelstang



Figur 23 Cylinder med gennemgående stempelstang, masselast og ydre kraft.

Volumenstrøm

$$q_a = U K \sqrt{p_s - p_a} \quad (68)$$

$$q_b = U K \sqrt{p_b - p_t} \quad (69)$$

Tryk

$$\dot{p}_a = \frac{E}{V_{la} + A x} (q_a - \dot{x} A - (p_a - p_b) C_l) \quad (70)$$

$$\dot{p}_b = \frac{E}{V_{lb} + A (x_{max} - x)} (\dot{x} A - q_b + (p_a - p_b) C_l) \quad (71)$$

Kraft

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (A (p_a - p_b) - F_y - B \dot{x} - F_{frik} \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}) \quad (72)$$

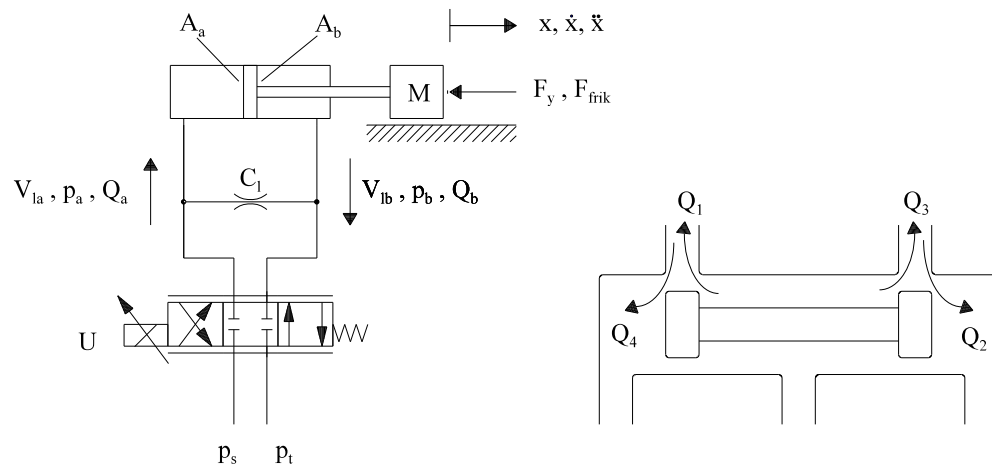
Den lineariserede overføringsfunktion er

$$F(s) = \frac{X}{U} = \frac{\frac{K}{A}}{s \left[\frac{1}{\omega^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega} s + 1 \right]} \quad (73)$$

ω findes af ligning (15) og (16), mens dæmpningen findes som

$$\zeta = \frac{B}{4A} \sqrt{\frac{V_{\text{tot}}}{Em}} + \frac{C_l + K_{\text{qp}}}{A} \sqrt{\frac{mE}{V_{\text{tot}}}} \quad (74)$$

6.3 Cylinder med differensareal



Figur 24 Cylinder med differensareal, masselast og ydre kraft.

Volumenstrøm

$$q_1 = q_{a+} = U K \sqrt{p_s - p_a} \quad (75)$$

$$q_2 = q_{b+} = U K \sqrt{p_b - p_t} \quad \text{Gældende for } U > 0 \quad (76)$$

$$q_3 = q_{a-} = U K \sqrt{p_s - p_b} \quad (77)$$

$$q_4 = q_{a-} = U K \sqrt{p_a - p_t} \quad \text{Gældende for } U < 0 \quad (78)$$

Tryk

$$\dot{p}_a = \frac{E}{V_{la} + A_a x} (q_a - \dot{x} A_a - (p_a - p_b) C_l) \quad (79)$$

$$\dot{p}_b = \frac{E}{V_{lb} + A_b (x_{\max} - x)} (\dot{x} A_b - q_b + (p_a - p_b) C_l) \quad (80)$$

Kraft

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (A_a p_a - A_b p_b - F_y - B \dot{x} - F_{\text{frik}} \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}) \quad (81)$$

For differenscylinderen må der ved linearisering arbejdes med to overføringsfunktioner fordi arealerne er forskellige. Det komplicerer beregningerne, og der må ikke forventes stor nøjagtighed ved denne fremgangsmåde. Beregningen af dæmpningen er både vanskelig og omfattende som det fremgår af 84, 85 og 86. Bemærk især, at der skal foretages to forskellige beregninger af K_{qp} for ventilen, fordi trykfaldet over de to styrekanter ikke er det samme.

$$F(s) = \frac{X}{U} = \frac{\frac{K}{A_a}}{s \left[\frac{1}{\omega^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega} s + 1 \right]} \quad \begin{array}{l} \text{Gældende} \\ \text{for } U > 0 \end{array} \quad (82)$$

$$F(s) = \frac{X}{U} = \frac{\frac{K}{A_b}}{s \left[\frac{1}{\omega^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega} s + 1 \right]} \quad \begin{array}{l} \text{Gældende} \\ \text{for } U < 0 \end{array} \quad (83)$$

ω findes af ligning (19) og (20), mens dæmpningen findes som

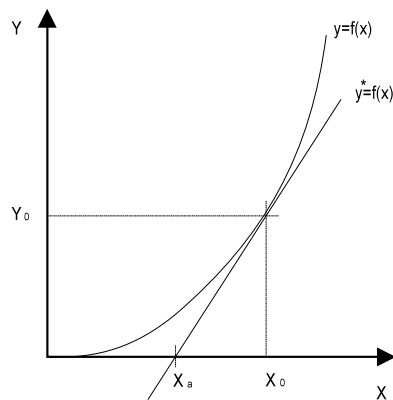
$$\zeta = \frac{\frac{1}{\zeta_m} + \frac{1}{\zeta_h}}{2\omega} \quad (84)$$

hvor

$$\zeta_m = \frac{M}{B} \quad (85)$$

og

$$\zeta_h = \frac{1}{\frac{E}{V_b} \left[\frac{(C_1 + K_{qp,b}) \alpha^3}{1 + \alpha^3} \right] + \frac{E}{V_a} \left[\frac{(C_1 + K_{qp,a})}{1 + \alpha^3} \right]} \quad (86)$$



Figur 25 En ulineær funktion og tilhørende linearisering.

6.5 Linearisering

Linearisering betyder at en relation mellem to fysiske størrelser gøres lineær inden for et givet område.

Figur 25 viser den ulineære arbejdslinie, hvorom det gælder, at

$$y=f(x) \quad (87)$$

Denne arbejdslinie ønskes lineariseret i arbejdspunktet (X_0, Y_0) . Den lineære repræsentation fremkommer som tangenten til arbejdslinien i arbejdspunktet.

For denne linie gælder det, at

$$y^* = m x - m x_a \quad (88)$$

hvor

m er arbejdsliniens hældningskoefficient i arbejdspunktet

x_a er den rette linies skæring med x -aksen

I praksis findes hældningskoefficienten til $y=f(x)$ ved differentiation.

Ventiler.

Når proportional- eller servoventiler skal medtages i en lineariseret analyse (Laplacetransformation), må strømningsligningen lineariseres. Stømningsligningen for den elektrisk styrede proportionalventil har formen

$$q = UK\sqrt{\Delta p} \quad (89)$$

Hvor

U er den aktuelle referencespænding til ventildriveren

Δp er det aktuelle trykfaldet over ventilen

K er ventilens forstærkningsfaktor, der for en relevant ventil kan findes som

$$K = \frac{Q_{\text{nominel}}}{U_{\text{max}} * \sqrt{\Delta p_{\text{nominel}}}} \quad (90)$$

På en linear form kan 89 i et driftspunkt q_0 udtrykkes som

$$q = q_0 + \Delta q \quad (91)$$

Δq forkommer i 91 som følge af en ændring i ventilens åbning, eller som følge af en ændring i trykfald.

Disse to bidrag til ændringsvariablen Δq kan findes ved partiel differentiation af 89, idet

$$q = q_0 + \frac{\partial q}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial q}{\partial \Delta p} \Delta p = q_0 + K_q \Delta U + K_{qp} \Delta p \quad (92)$$

Hvor

K_q er ventilens mængdeforstærkning

$$K_q = K\sqrt{\Delta p} \left[\frac{\text{m}^3/\text{sec}}{\text{Volt}} \right] \quad (93)$$

og

K_{qp} mængde-trykforstærkningen

$$K_{qp} = \frac{K * U}{2 * \sqrt{\Delta p}} \left[\frac{\text{m}^3/\text{sec}}{\text{N/m}^2} \right] \quad (94)$$

Det er vigtigt ved beregningen at have udregnet de korrekte trykfald, så koefficienterne kan blive korrekte. Dette gælder specielt for differenscylinderen, hvor dæmpningskoefficienten skal beregnes forskelligt efter bevægelsesretningen.

Voluminer

Alle voluminer regnes for konstante, og når disse indgår i dæmpningberegningerne, er der tale om totalvoluminer.

Kræfter

Alle kræfter reduceres til konstanter, og der tages ikke hensyn til stick-slip effekter og andre diskontinuiteter.

7 Dæmpningsmetoder

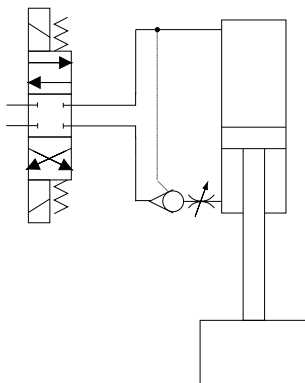
Ved projektering af hydrauliske systemer, skal der ved masse- eller inertilast altid tages hensyn til systemets dynamik. Viser overslagsberegningerne, at der er grund til at forvente uacceptable svingninger i systemets variable, kan man vælge to udveje :

1. Sørge for at systemet aldrig udsættes for påvirkninger som vil anslå de uønskede svingninger. Dette gøres enklest ved at anvende proportionalventiler til styring af aktuatoren, eller ved at etablere en lukket reguleringssløjfe omkring den kritiske variabel.
2. Bestykke systemet med komponenter eller grupper af komponenter som kan øge dæmpningen. I de følgende afsnit er vist en række metoder der erfaringsmæssigt giver gode resultater. Der er ved hvert system anført henvisning til ligninger i de foregående afsnit, der kan anvendes ved beregning af komponentstørrelse og virkning.

7.1 Blændedæmpning

I figur 26 ses et system med en massebelastet cylinder, styret med en on/off ventil. Til at fastholde cylinderen i en vilkårlig position er indskudt en pilotstyret kontraventil. Et sådant anlæg vil ofte komme i resonans, fordi den pilotstyrede kontraventil åbner og lukker meget hurtigt. For at ændre dette kan der :

1. anvendes en pilotstyret kontraventil med aflastningskegle (stort arealforhold), eller
2. placeres en blænde mellem cylinderen og den pilotstyrede kontraventil.



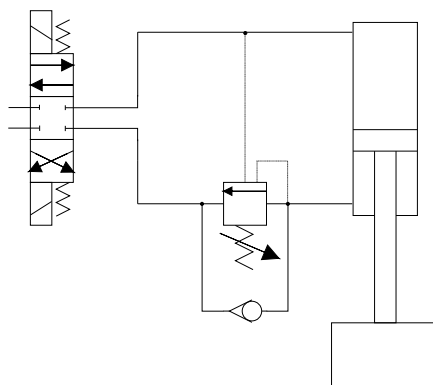
Figur 26 Cylinder med pilotstyret kontraventil.

Vælges metode 1, vil ventilens åbningstid forlænges, og resonans som oftest undgås. Vælges metode 2, skal blændens dimension være så stor, at der ved maksimal hastighed fås et trykfald i blænden i størrelsesordenen 5-10 bar. Dimensionen beregnes efter (34). Systemets svaghed er, at blænden er fast. Derfor kan stabilitet kun påregnes ved høje hastigheder. Skal systemet også fungere ved lavere hastigheder, og/eller svingende belastninger, må blændens areal formindskes, hvilket medfører store tryktab ved høje hastigheder.

Alternativet til denne metode er anvendelse af en bremseventil, som vist i næste afsnit.

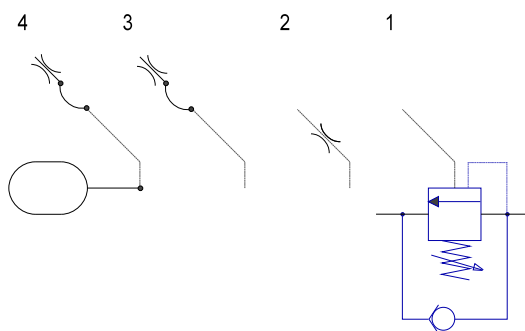
7.2 Blænde og volumen

Systemer, der skal fungere ved skiftende hastigheder og belastning, kan bedst styres i åben sløjfe ved anvendelse af bremseventiler. Normalt giver disse ikke anledning til problemer, men i de tilfælde, hvor resonanssvingningninger anslås, kan man influere på ventilens åbningskarakteristik ved at ændre på pilotledningens tidskonstant. Under normale omstændigheder vil trykket ved pilotstempet være det samme som i den tilhørende rørledning. Figur 27 viser et sådant system.



Figur 27 Cylinder med bremseventil

Ved en ændring af tidskonstanten kan der vælges mellem forskellige modeller, alt efter hvor lang tidskonstanten skal være. Figur 28 viser de relevante kombinationer.



Figur 28 Kombinationer af blænde og volumen i pilotledningen.

En nærmere analyse af trykopbygning og tidskonstant kan gennemføres som beskrevet i afsnit 5.1.

8 Litteraturliste

- | | |
|------------------------------------|---|
| Herbert E. Merritt | Hydraulic Control Systems
John Wiley & Sons 1967 |
| W. Backé | Grundlagen der Ölhydraulik
IHP/ RWTH Aachen 1992 |
| W. Backé | Servohydraulik
IHP/RWTH Aachen 1992 |
| F. und D. Findeisen | Ölhydraulik
Springer-Verlag 1978 |
| John Van De Vegte | Feedback Control Systems
Printice-Hall 1990 |
| D. McCloy | Control of fluid power
Ellis Horwood |
| Blackburn, Reethof, Shearer | Fluid power control
John Wiley & Sons 1960 |
| Peter Windfeld Rasmussen | Hydraulik stâbi
Akademisk forlag 1996 |